Title	橋梁の最適架替計画問題(モデリングと最適化の理論)
Author(s)	金, 正道
Citation	数理解析研究所講究録 (2006), 1526: 1-10
Issue Date	2006-12
URL	http://hdl.handle.net/2433/58884
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

数理解析研究所講究録
1526 巻 2006 年 1-10

橋梁の最適架替計画問題

弘前大学 理工学部　　金 正道 (Masamichi KON)*
Faculty of Science and Technology, Hirosaki University

概要 本稿では、ある地域の主要道路網を考えた場合の橋梁の経済的価値を考慮した最適架替計画モデルを提案し、提案するモデルの数値例を与える。

1. はじめに 青森県では、高度経済成長時代後期 1970 年以降に橋梁が集中的に建設された。橋梁には耐用年数があるため、それらの橋梁の架け替えが必要な時期が近い将来に集中することになるが、青森県の財政的な制約のために耐用年数による架替必要時点に合わせて橋梁を架け替えすることが困難になる。その対策として、いくつかの橋梁は架替必要時点前に架け替えたり、あるいは架替必要時点前にいくつかの橋梁を補強（補修）工事を行った後の数年以内に架け替えることが考えられる。このような状況の下で、どの橋梁をどの時点で架け替えあるいは補強（補修）工事を行えばよいかを求める問題をここでは橋梁の最適架替計画問題とよぶことにする。橋梁の最適架替計画問題を考える際に、橋梁があることによって利用者全体が得られる利益を最大にするような橋梁の架替計画を最適な計画とみなすことにする。

本稿では、ある地域の主要道路網を考えた場合の橋梁の最適架替計画モデルを提案する。そのとき、各橋梁の経済的価値として、考えている橋梁全体をプレイヤーとする提携形協力ゲームのシャープレイ値を採用する。そして、そのシャープレイ値を橋梁があることによって利用者全体が得られる利益とみなし、予算制約の下で利用者全体が得られる総利益を最大にする整数計画問題として橋梁の架替計画問題を定式化する。さらに、提案する橋梁の最適架替計画モデルの数値例も与える。

2. モデル 本節では、ある地域の主要道路網における橋梁の経済的価値をシャープレイ値を用いて評価し、その評価を基に橋梁の最適架替計画を考える。

まず、いくつか記号を準備する。ある地域の主要道路網が、単純連結無向グラフ $G \equiv (V, E)$ によって表されているとする。$V \equiv \{1, 2, \cdots, n\}$ は点の集合で、各点は考えている地域の主要道路網の交差点をモデル化したものである。E は辺の集合で、点 $i \in V$ と点 $j \in V$ を結ぶ辺を $\{i, j\}$ と表し、辺 $\{i, j\}$ は交差点 i と交差点 j を結ぶ道路をモデル化したものである。実際の道路網を考える場合、G が連結であるという仮定は通常成り立っていると考えられるが、G が単純グラフであるという仮定は成り立たないかもしれない。実際の道路網において多重辺やループがあった場合、ダミーの交差点を考えることによって G を単純グラフと仮定しても一般性を失わない（第 3 節参照）。各辺 $\{i, j\} \in E$ に対して、$c_{ij} \geq 0$ を辺 $\{i, j\}$ の長さとする。c_{ij} は交差点 i と交差点 j を結ぶ道路 $\{i, j\}$ の距

*本研究は、平成 16-17 年度弘前大学学長指定重点研究「自然災害と経済リスクを考慮した資産管理の最適化法の開発」科学研究費の援助のもとに得た研究成果の一部である。

離 (km) を表す。$c \equiv (c_{ij})$ とし、c が与えられているグラフ G をネットワーク $N \equiv (G, c)$ と表す。

$B \subset E$ を次のように定義する。

$$\{i,j\} \in B \Leftrightarrow \text{辺 } \{i,j\} \in E \text{ が表している道路に橋梁がある。}$$

ただし、各辺 $\{i,j\} \in B$ が表してる道路には橋梁が 1 つしかないことを仮定する。ある辺 $\{i,j\} \in B$ が表している道路に橋梁が 2 つ以上ある場合は、ダミーの交差点を考えることで各辺が表してる道路に橋梁が 1 つしかないことを仮定しても一般性を失わない（第 3 節参照）。各 $S \subset B$ に対して

(1)
$$c_{ij}(S) \equiv \begin{cases} c_{ij} & \text{if } \{i,j\} \in E \setminus (B \setminus S) \\ \alpha c_{ij} & \text{if } \{i,j\} \in B \setminus S \end{cases}$$

とし、$c(S) \equiv (c_{ij}(S))$ が与えられているグラフ G をネットワーク $N(S) \equiv (G, c(S))$ と表す。ここで、$\alpha > 1$ である。$S \subset B$ および $\{i,j\} \in B \setminus S$ に対して、$c_{ij}(S) = \alpha c_{ij}$ は、考えている地域にある橋梁の集合が S と仮定したときに、辺 $\{i,j\}$ が表している道路が通行不可能と考える代わりに、グラフ G で考慮しなかった道路（狭い道路）などを用いて迂回距離 αc_{ij} (km) が必要であると考えることを意味している。迂回距離は、通行不可能なことに対する距離ペナルティと解釈してもよい。各 $i, j \in V$ と各 $S \subset B$ に対して、$d_{ij}(S)$ を $N(S)$ における点 i と点 j の間の最短距離とする。その最短距離は、例えば、ダイクストラ法を用いて求めることができる（例えば、[2] 参照）。

次に、橋梁の経済的価値をシャープレイ値を用いて評価するための準備を行う。橋梁をプレイヤーとみなすことによって、B をプレイヤーの集合として提携形協力ゲーム (B, v) を考える。ここで、$v : 2^B \to \mathbb{R}$ は特性関数であり、各 $S \subset B$ に対して

(2)
$$v(S) \equiv q\delta \sum_{i<j} \beta_{ij} \{d_{ij}(\emptyset) - d_{ij}(S)\}$$

と定める。ここで、i と j が共に考えている地域の陸続きの境界上にないときは $\beta_{ij} = 1$ であり、i または j が考えている地域の陸続きの境界上にあるときは $\beta_{ij} = \beta > 1$ であり、$\delta > 0$ は 1(km) あたりの普通車の移動コスト（円）であり、q は考えている地域の普通車に換算した年間交通量（台/年）である。$\beta > 1$ としたのは、考えている地域内と考えている地域外の移動を考慮したいためである。各 $S \subset B$ に対して

(3)
$$T(S) \equiv q\delta \sum_{i<j} \beta_{ij} d_{ij}(S)$$

とすると、$T(S)$ は考えている地域にある橋梁の集合が S と仮定したときのその地域内の（年間）総移動費用を表し

(4)
$$v(S) = T(\emptyset) - T(S)$$

となるので、$v(S)$ は考えている地域に橋梁がまったくない場合と比べてその地域にある橋梁の集合が S のときに（1 年間に）節約される総移動費用を表してると考えることが

できる。言い換えると、$v(S), S \subset B$ はゲーム (B, v) のプレイヤーが提携 S を結ぶことによって（1 年間に）得られる利得（円）を表しているとみなすことができる。

補題1 (3) において定義される T に対して、$R, S \subset B, S \subset R$ ならば $T(S) \geq T(R)$ となる。

補題2 $R, S \subset B, S \subset R$ ならば $v(S) \leq v(R)$ となる。

定義1（シャープレイ値） 提携形協力ゲーム (B, v) において、任意のプレイヤー $b \in B$ について

$$\phi_b \equiv \sum_{S \subset B} \gamma(S)\{v(S) - v(S \setminus \{b\})\}$$

をプレイヤー b のシャープレイ値という。ここで

$$\gamma(S) = \frac{1}{|B|!}(|S|-1)!(|B|-|S|)!$$

であり、$|S|$ および $|B|$ はそれぞれ S および B の要素の数である。各プレイヤーのシャープレイ値の組

$$\phi(v) \equiv (\phi_b)$$

をゲーム (B, v) のシャープレイ値という。

プレイヤー $b \in B$ のシャープレイ値は、プレイヤー b の参加可能な提携すべてについてのプレイヤー b の限界貢献度の加重平均であり、橋梁 b の（1 年間当たりの）経済的価値（円）を表していると考えることができる。

ここで、以下のような状況を想定する。

- 考えている地域の橋梁の耐用年数のため、ある時期（数年後ぐらいまでに）集中的に橋梁の架替の必要がある。現時点の年度を第 1 年度として、橋梁 b の架替必要年度を第 K_b 年度とする。
- 各単一年度内に一度にいくつもの橋梁を架け替えることは（県の）財政的に困難である。橋梁 b の架替費用を C_b（円）とする。
- 第 t 年度に橋梁の架替（および後に考慮する補強（補修）工事）に使用できる総予算は M_t（円）である。
- 1 期（年度）当たりの割引率を d とする。
- 各橋梁の架替に必要な時間は 1 期間（1 年）とする。複数の橋梁の架替（や後に考慮する補強（補修）工事）を同時に行った場合の架替に必要な時間も 1 期間（1 年）とする。

$$K \equiv \max_{b \in B} K_b$$

とすると、これらの状況の下での橋梁の最適架替計画問題は次のような整数計画問題になる。

$$
(5)\qquad \left|\begin{array}{ll}
\max & \displaystyle\sum_{t=1}^{K} d^t \sum_{b\in B}\{\phi_b(1-x_b^t)-C_b x_b^t\} \\
\text{s.t.} & \displaystyle\sum_{b\in B} C_b x_b^t \le M_t,\ t=1,2,\cdots,K \\
 & \displaystyle\sum_{t=1}^{K} x_b^t = 1,\ b\in B \\
 & x_b^{K_b+1}=\cdots=x_b^K=0,\ b\in B \\
 & x_b^t\in\{0,1\},\ b\in B, t=1,2,\cdots,K
\end{array}\right.
$$

目的関数は、第 K 年度までに得られる総利得の現在価値を表している。変数 x_b^t は、第 $t \le K_b$ 年度に橋梁 b の架替を行う場合は 1 とし、行わない場合は 0 である。各橋梁 b を 1 度架け替えすると次回の架替必要年度は第 K 年度より十分先の年度であるとし、次回の架替は考えずに 1 回分の架替のみを考えている。

次に、以下のような状況も考慮する。

- 各橋梁 b について、第 K_b 年度までに架替を行わなかった場合、費用 H_b（円）でその橋梁の架替必要時点の第 K_b 年度で補強（補修）工事を行わなければならず、補強（補修）工事を行うと橋梁 b の架替必要年度が第 $K'_b \equiv K_b + L_b$ 年度まで延びるが、第 K_b+1 年度から第 K'_b 年度の間に架替を行わなければならないとする。ただし、$H_b < C_b, L_b > 0$ とする。

- 各橋梁の補強（補修）工事に必要な時間は 1 期間（1 年）とする。複数の橋梁の架替や補強（補修）工事を同時に行った場合の補強（補修）工事に必要な時間も 1 期間（1 年）とする。

$$K' \equiv \max_{b\in B} K'_b$$

とすると、これらの状況の下での橋梁の最適架替計画問題は次のような整数計画問題になる。

$$
(6)\quad
\left|
\begin{array}{ll}
\max & \displaystyle\sum_{t=1}^{K'} d^t \sum_{b\in B} \{\phi_b(1-x_b^t-y_b^t-z_b^t)-C_b(x_b^t+z_b^t)-H_b y_b^t\} \\
\text{s.t.} & \displaystyle\sum_{b\in B}\{C_b(x_b^t+z_b^t)+H_b y_b^t\}\le M_t,\ t=1,2,\cdots,K' \\
& \displaystyle\sum_{t=1}^{K'} x_b^t \le 1,\ b\in B \\
& x_b^{K_b+1}=\cdots=x_b^{K'}=0,\ b\in B \\
& y_b^1=\cdots=y_b^{K_b-1}=0,\ b\in B \\
& y_b^{K_b+1}=\cdots=y_b^{K'}=0,\ b\in B \\
& y_b^{K_b}=1-\sum_{t=1}^{K'} x_b^t,\ b\in B \\
& z_b^1=\cdots=z_b^{K_b}=0,\ b\in B \\
& z_b^{K'_b+1}=\cdots=z_b^{K'}=0,\ b\in B \\
& \displaystyle\sum_{t=1}^{K'} z_b^t = y_b^{K_b},\ b\in B \\
& x_b^t, y_b^t, z_b^t \in \{0,1\},\ b\in B, t=1,2,\cdots,K'
\end{array}
\right.
$$

目的関数は、第 K' 年度までに得られる総利得の現在価値を表している。変数 x_b^t は、第 $t \le K_b$ 年度に橋梁 b の架替を行う場合は 1 とし、行わない場合は 0 である。変数 $y_b^{K_b}$ は、第 K_b 年度までに橋梁 b の架替を行わなかったとき ($x_b^1 = \cdots = x_b^{K_b} = 0$ のとき)、第 K_b 年度に橋梁 b の補強 (補修) 工事を行わなければならないとして 1 とし、その他の場合は橋梁 b の補強 (補修) 工事は行わないとして 0 である。変数 z_b^t は、第 K_b 年度までに橋梁 b の架替をしないとき ($x_b^1 = \cdots = x_b^{K_b} = 0$ のとき)、第 K_b 年度に橋梁 b の補強 (補修) 工事を行って ($y_b^{K_b} = 1$ となって)、(第 $K_b + 1$ 年度から第 K'_b 年度までの) 第 t 年度に橋梁 b の架替を行う場合は 1 とし、行わない場合は 0 である。各橋梁 b を 1 度架け替えすると次回の架替必要年度は第 K' 年度より十分先の年度であるとし、次回の架替は考えずに 1 回分の架替のみを考えている。

3. 数値例 本節では、前節において提案したモデルの数値例を与える。

図 1 に示されているようなある地域の主要道路網を考える。この主要道路網を表すグラフを $G = (V, E)$ とする。ここで

$$
\begin{aligned}
V &= \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13\} \\
E &= \{\{1,3\},\{2,3\},\{3,4\},\{3,5\},\{5,8\},\{6,7\},\{6,10\},\{7,8\},\{7,12\},\{8,9\}, \\
&\quad \{8,12\},\{8,13\},\{10,11\},\{10,12\},\{11,12\},\{12,13\}\} \\
B &= \{\{3,5\},\{5,8\},\{6,10\},\{7,12\},\{8,12\},\{8,13\}\}
\end{aligned}
$$

であり、点

$$1,2,4,6,9,10,13$$

は考えている地域の陸続きの境界上の点でありその他の点

$$3, 5, 7, 8, 11, 12$$

は考えている地域の陸続きの境界上にない点である。点

$$1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13$$

は考えている道路網の交差点を表していて、点

$$5, 11$$

はダミーの交差点を表している。交差点 3 と交差点 8 を結ぶ道路上には橋梁が 2 つあるが、ダミーの交差点 5 を考えることによって、各辺に橋梁が高々 1 つあるようになる。交差点 10 と交差点 12 を結ぶ道路が 2 つある（多重辺がある）が、ダミーの交差点 11 を考えることによって、グラフが単純グラフになる。また

$$\begin{array}{lllll} c_{13} = 7 & c_{23} = 15 & c_{34} = 10 & c_{35} = 20 & c_{58} = 20 \\ c_{67} = 3 & c_{6,10} = 20 & c_{78} = 14 & c_{7,12} = 22 & c_{89} = 18 \\ c_{8,12} = 15 & c_{8,13} = 18 & c_{10,11} = 6 & c_{10,12} = 20 & c_{11,12} = 6 \\ c_{12,13} = 12 & & & & \end{array}$$

で、単位は km である。

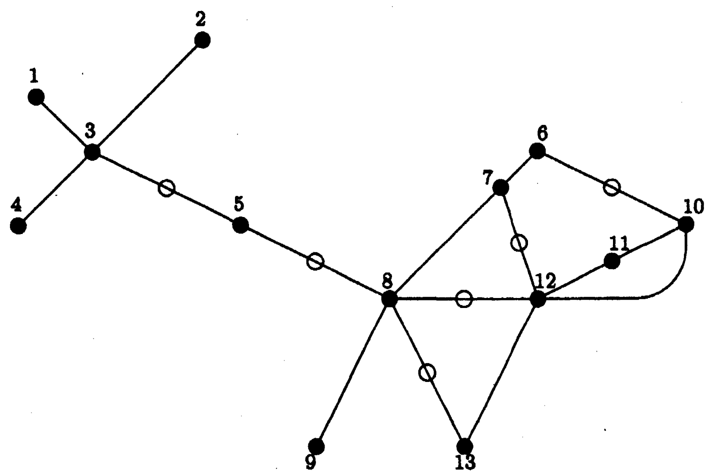

図 1　主要道路網（● は交差点, ○ は橋梁）

$$b_1 = \{3, 5\},\ b_2 = \{5, 8\},\ b_3 = \{6, 10\},\ b_4 = \{7, 12\},\ b_5 = \{8, 12\}, b_6 = \{8, 13\}$$

とする。

$$B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6\}$$

である。このとき、各 $S \subset B$ と各 $k = 1,2,3,4,5,6$ に対して

$$b_k^S = \begin{cases} 1 & \text{if } b_k \in S \\ 0 & \text{if } b_k \notin S \end{cases}$$

とし、$S \subset B$ と $(b_1^S, b_2^S, b_3^S, b_4^S, b_5^S, b_6^S) \in \{0,1\}^6$ を同一視し、特性関数 $v : 2^B \to \mathbb{R}$ に対して $v(S)$ を $v(b_1^S, b_2^S, b_3^S, b_4^S, b_5^S, b_6^S)$ とも表す。例えば、$S = \{b_1, b_2, b_4, b_6\}$ のとき

$$v(S) = v(\{b_1, b_2, b_4, b_6\}) = v(b_1^S, b_2^S, b_3^S, b_4^S, b_5^S, b_6^S) = v(1,1,0,1,0,1)$$

である。このとき、特性関数 $v : 2^B \to \mathbb{R}$ は表1に示されているようになる。ただし

$$\alpha = 2,\ \beta = 1.5,\ \delta = 50\ (\text{円/km}),\ q = 365 \times 300 = 109500\ (\text{台/年})$$

とした。このとき、提携形協力ゲーム (B, v) のシャープレイ値は

$$\phi(v) = (\phi_{b_1}, \phi_{b_2}, \phi_{b_3}, \phi_{b_4}, \phi_{b_5}, \phi_{b_6}) = (5639.25, 6132.00, 636.01, 412.91, 2623.44, 907.48)$$

となる。ただし、単位は百万円である。以下では、円が単位のものはすべて百万円を単位とし

$$(K_{b_1}, K_{b_2}, K_{b_3}, K_{b_4}, K_{b_5}, K_{b_6}) = (3,4,2,4,5,3) \quad (K = 5)$$
$$(C_{b_1}, C_{b_2}, C_{b_3}, C_{b_4}, C_{b_5}, C_{b_6}) = (2000, 2000, 1500, 1800, 1000, 1200)$$
$$M_t = 3500, \quad t = 1,2,\cdots,5$$
$$d = \frac{1}{1.05} = 0.952381$$

として橋梁の最適架替計画問題 (5) および

$$(K_{b_1}, K_{b_2}, K_{b_3}, K_{b_4}, K_{b_5}, K_{b_6}) = (3,4,2,4,5,3)$$
$$(C_{b_1}, C_{b_2}, C_{b_3}, C_{b_4}, C_{b_5}, C_{b_6}) = (2000, 2000, 1500, 1800, 1000, 1200)$$
$$(H_{b_1}, H_{b_2}, H_{b_3}, H_{b_4}, H_{b_5}, H_{b_6}) = (40, 25, 30, 35, 15, 24)$$
$$(L_{b_1}, L_{b_2}, L_{b_3}, L_{b_4}, L_{b_5}, L_{b_6}) = (3,5,5,3,5,2)$$
$$((K'_{b_1}, K'_{b_2}, K'_{b_3}, K'_{b_4}, K'_{b_5}, K'_{b_6}) = (6,9,7,7,10,5)\ (K' = 10))$$
$$M_t = 3500, \quad t = 1,2,\cdots,10$$
$$d = \frac{1}{1.05} = 0.952381$$

として橋梁の最適架替計画問題 (6) を考える。

橋梁の最適架替計画問題 (5) の最適解は

$$x_1^3 = 1,\ x_2^4 = 1,\ x_3^2 = 1,\ x_4^2 = 1,\ x_5^5 = 1,\ x_6^3 = 1$$

であり、その他の変数は 0 で、最適値は 48898.2 となる。すなわち、第 2 年度に橋梁 $b_3 = \{6, 10\}$ と $b_4 = \{7, 12\}$ を、第 3 年度に橋梁 $b_1 = \{3, 5\}$ と $b_6 = \{8, 13\}$ を、第 4 年

度に橋梁 $b_2 = \{5, 8\}$ を、第 5 年度に橋梁 $b_5 = \{8, 12\}$ を架け替えすればよいことになり、このときの総利得（の現在価値）は 48898.2（百万円）になる。

橋梁の最適架替計画問題 (6) の最適解は

$$
\begin{aligned}
&x_1^3 = 1,\ x_2^4 = 1,\ x_3^2 = 1,\ x_5^5 = 1, x_6^3 = 1 \\
&y_4^4 = 1 \\
&z_4^7 = 1
\end{aligned}
$$

であり、その他の変数は 0 で、最適値は 104431.0 となる。すなわち、第 2 年度に橋梁 $b_3 = \{6, 10\}$ を架け替え、第 3 年度に橋梁 $b_1 = \{3, 5\}$ と $b_6 = \{8, 13\}$ を架け替え、第 4 年度に橋梁 $b_2 = \{5, 8\}$ を架け替えて橋梁 $b_4 = \{7, 12\}$ に補強（補修）工事を行い、第 5 年度に $b_5 = \{8, 12\}$ を架け替え、第 7 年度に橋梁 $b_4 = \{7, 12\}$ を架け替えすればよいことになり、このときの総利得（の現在価値）は 104431.0（百万円）になる。

4. 今後の課題 今後の課題として次のようなものが考えられる。

- 青森県の橋梁についての事例。
- 各橋梁 b に対して、補強（補修）工事を行うとすれば第 K_b 年度としたが、第 K_b 年度までの任意の年度で高々 1 回補強（補修）工事が実行可能（ただし、補強（補修）工事を行う年度までは架替は行われていないとする）で、第 t 年度（$t \leq K_b$）に補強（補修）工事を行ったならば架替必要年度が第 $K_b^t \equiv K_b + L_b^t$ 年度まで延びるとするとどうなるか？または複数回補強（補修）工事が可能な場合はどうなるか？
- 橋梁の（経済的）価値を測るためにシャープレイ値を用いたが、よりよい他の指標は考えられないか？
- 橋梁の価値として経済性で測ったが、景観などの他の要素も橋梁の価値の評価に組み入れられないか？
- 自然災害などによる橋梁の架替必要時点の不確実性を考慮したモデル化は可能か？
- 広い地域（橋梁の数が多い場合）を考えるときの工夫。

参考文献

[1] 道路投資の評価に関する指針検討委員会編, 道路投資の評価に関する指針（案）第 1 編経済評価, （財）日本総合研究所, 1998.

[2] H. W. Hamacher and K. Klamroth, *Linear and network-optimization*, Vieweg, 2000.

[3] 日下部毅明・谷屋秀一・吉澤勇一郎, 道路施設に対する地震の防災投資効果に関する研究, 国土技術政策総合研究所資料第１６０号, 2004.

[4] 南谷天洋・陳小君・藤田弘昭・津村浩三・金正道, リスクを考慮した交通量の予測における最適化問題, Information, **9**, 2006, 21-31.

[5] R. J. Aumann, *Lectures on game theory*, Westview Press, 1989. 丸山徹・立石寛訳, ゲーム論の基礎, 勁草書房, 1991.

[6] L. S. Shapley, *A value for n-person games*, in H. W. Kuhn and A. W. Tucker (Eds), Contributions to the theory of games II, Annals of Mathematics Studies, no 28, Princeton, 1953, 307-317.

[7] 鈴木光男, 新ゲーム理論, 勁草書房, 1994.

[8] R. J. Wilson, *Introduction to graph theory, 4th edition*, Longman, 1996. 西関隆夫・西関裕子訳, グラフ理論入門, 近代科学社, 2001.

表 1　特性関数 v（$v(S), S \subset B$ の単位は百万円）

S	$v(S)$	S	$v(S)$
$(0,0,0,0,0,0)$	0.00	$(1,0,0,0,0,0)$	5639.25
$(0,0,0,0,0,1)$	1330.43	$(1,0,0,0,0,1)$	6969.68
$(0,0,0,0,1,0)$	3369.86	$(1,0,0,0,1,0)$	9009.11
$(0,0,0,0,1,1)$	4035.08	$(1,0,0,0,1,1)$	9674.33
$(0,0,0,1,0,0)$	900.64	$(1,0,0,1,0,0)$	6539.89
$(0,0,0,1,0,1)$	1968.26	$(1,0,0,1,0,1)$	7607.51
$(0,0,0,1,1,0)$	3758.59	$(1,0,0,1,1,0)$	9397.84
$(0,0,0,1,1,1)$	4308.83	$(1,0,0,1,1,1)$	9948.08
$(0,0,1,0,0,0)$	1160.70	$(1,0,1,0,0,0)$	6799.95
$(0,0,1,0,0,1)$	2392.58	$(1,0,1,0,0,1)$	8031.83
$(0,0,1,0,1,0)$	3813.34	$(1,0,1,0,1,0)$	9452.59
$(0,0,1,0,1,1)$	4478.55	$(1,0,1,0,1,1)$	10117.80
$(0,0,1,1,0,0)$	1459.09	$(1,0,1,1,0,0)$	7098.34
$(0,0,1,1,0,1)$	2526.71	$(1,0,1,1,0,1)$	8165.96
$(0,0,1,1,1,0)$	4029.60	$(1,0,1,1,1,0)$	9668.85
$(0,0,1,1,1,1)$	4579.84	$(1,0,1,1,1,1)$	10219.09
$(0,1,0,0,0,0)$	6132.00	$(1,1,0,0,0,0)$	11771.25
$(0,1,0,0,0,1)$	7462.43	$(1,1,0,0,0,1)$	13101.68
$(0,1,0,0,1,0)$	9501.86	$(1,1,0,0,1,0)$	15141.11
$(0,1,0,0,1,1)$	10167.08	$(1,1,0,0,1,1)$	15806.33
$(0,1,0,1,0,0)$	7032.64	$(1,1,0,1,0,0)$	12671.89
$(0,1,0,1,0,1)$	8100.26	$(1,1,0,1,0,1)$	13739.51
$(0,1,0,1,1,0)$	9890.59	$(1,1,0,1,1,0)$	15529.84
$(0,1,0,1,1,1)$	10440.83	$(1,1,0,1,1,1)$	16080.08
$(0,1,1,0,0,0)$	7292.70	$(1,1,1,0,0,0)$	12931.95
$(0,1,1,0,0,1)$	8524.58	$(1,1,1,0,0,1)$	14163.83
$(0,1,1,0,1,0)$	9945.34	$(1,1,1,0,1,0)$	15584.59
$(0,1,1,0,1,1)$	10610.55	$(1,1,1,0,1,1)$	16249.80
$(0,1,1,1,0,0)$	7591.09	$(1,1,1,1,0,0)$	13230.34
$(0,1,1,1,0,1)$	8658.71	$(1,1,1,1,0,1)$	14297.96
$(0,1,1,1,1,0)$	10161.60	$(1,1,1,1,1,0)$	15800.85
$(0,1,1,1,1,1)$	10711.83	$(1,1,1,1,1,1)$	16351.09